

Задание на лабораторную работу связано с вычислением ДПФ и включает в себя следующие пункты:

1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности.

Вычислить амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности $x(n)$ (идентификатор x) с периодом N :

$$x(nT) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 nT + \pi/8), \quad (9.22)$$

используя ее тождественное представление в виде:

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_d} n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_d} n + \frac{\pi}{8}\right) = \\ &= A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n + \pi/4) + A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n + \pi/8). \end{aligned} \quad (9.23)$$

Вывести графики последовательности $x(n)$ (9.23) на периоде N :

- в шкале дискретного нормированного времени n (идентификатор n);
- в шкале дискретного времени nT (идентификатор nT).

Вычислить ОДПФ от ДПФ последовательности $x(n)$ и вывести график полученной последовательности в шкале дискретного нормированного времени.

Вычислить амплитудный (идентификатор `MOD`) и фазовый¹ (идентификатор `PHASE`) спектры последовательности $x(n)$ (9.23) с учетом (9.4) и вывести их графики:

- в шкале дискретных нормированных частот k (идентификатор k);
- в шкале абсолютных частот f (Гц) (идентификатор f).

Пояснить:

- связь дискретного нормированного времени с дискретным временем;
- связь частоты f (Гц) с дискретной нормированной частотой;
- вид амплитудного и фазового спектров.

2. Вычисление ДПФ конечной последовательности.

Вычислить ДПФ конечной последовательности $x(n)$ (9.23) длины N .

Вывести графики в шкале дискретных нормированных частот:

- модуля ДПФ (идентификатор `MOD_K`) конечной последовательности;
- амплитудного спектра периодической последовательности (см. п. 1).

¹ Если модуль ДПФ меньше заданного, близкого к нулю, порога, то значения фазового спектра следует обнулить. В противном случае отношение малых, сравнимых с нулем, мнимой и вещественной частей может существенно отличаться от нуля, что обусловлено спецификой вычислений в MATLAB.

Пояснить связь модуля ДПФ конечной последовательности с амплитудным спектром периодической последовательности.

3. Определение амплитуд и частот дискретных гармоник.

Для автоматического определения амплитуд и частот гармоник в амплитудном спектре периодической последовательности $x(n)$ (9.23) использовать function-файл `fft_e1` (см. разд. 9.4.1), задавая малое, сравнимое с нулем, значение порога $\epsilon_1 = 10^{-7}$ (идентификатор `e1`).

Вывести:

- выходные параметры function-файла `fft_e1`;
- значения амплитуд, дискретных нормированных частот и абсолютных частот (Гц) гармоник.

Пояснить:

- смысл выходных параметров function-файла `fft_e1`;
- соответствие между значениями дискретных нормированных частот и абсолютных частот гармоник.

4. Граничные значения порогов для первого (9.7) и второго (9.8) критериев выделения полезного сигнала.

Сформировать аддитивную смесь $s(n)$ (идентификатор `s`) полезного периодического сигнала $x(n)$ (9.23) с нормальным белым шумом $r(n)$ с нулевым средним значением и единичной дисперсией:

$$s(n) = x(n) + r(n) . \quad (9.24)$$

Для аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) определить:

- граничные значения порога ϵ_1 для первого критерия (9.7) (идентификаторы `e1_low` и `e1_up`);
- граничные значения порога ϵ_2 для второго критерия (9.8) (идентификаторы `e2_low` и `e2_up`).

Пояснить, как рассчитываются граничные значения порогов ϵ_1 и ϵ_2 .

5. Выделение полезного сигнала по первому критерию.

Вывести графики:

- аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) на периоде N ;
- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$ в шкале дискретных нормированных частот;
- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$, нормированного к его максимальному значению (см. (9.7)).

Этот график позволяет уточнить значение порога ϵ_1 в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога ϵ_1 .

Для выделения полезного сигнала по первому критерию (9.7) использовать function-файл `fft_e1` (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла `fft_e1`.

Пояснить:

- какое значение порога ϵ_1 было выбрано и чем обоснован выбор;
- смысл выходных параметров function-файла `fft_e1`;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно первому критерию (9.7);
- в каком случае применение первого критерия будет неэффективным.

6. Выделение полезного сигнала по второму критерию.

Вывести графики:

- амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$ (9.24) в шкале дискретных нормированных частот;
- квадрата амплитудного спектра аддитивной смеси $s(n)$, нормированного к ее средней мощности (см. (9.8)).

Этот график позволяет уточнить значение порога ϵ_2 в диапазоне его граничных значений, определенных в п. 4.

Ввести значение порога ϵ_2 .

Для выделения полезного сигнала по второму критерию (9.8) использовать function-файл `fft_e2` (см. разд. 9.4.1).

Вывести выходные параметры function-файла `fft_e2`.

Пояснить:

- какое значение порога ϵ_2 было выбрано и чем обоснован выбор;
- смысл выходных параметров function-файла `fft_e2`;
- какие амплитуды гармоник соответствуют полезному сигналу согласно второму критерию (9.8);
- в каком случае применение второго критерия будет неэффективным.

7. Восстановление аналогового сигнала.

Восстановить периодический аналоговый сигнал $x(t)$ (идентификатор `xa`) по отсчетам ДПФ $X(k)$ периодической последовательности $x(n)$ (9.23). Для вычисления значений сигнала $x(t)$ использовать формулу (9.19), задавая

значения времени t (идентификатор τ) на интервале $t \in [0; (N-1)T]$ с шагом $\Delta t = 0,25T$.

В тех же точках вычислить значения исходного аналогового сигнала $x_{\text{исх}}(t)$ (идентификатор $x\tau$), на основе которого получена последовательность $x(nT)$ (9.22):

$$x_{\text{исх}}(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \pi/8). \quad (9.25)$$

Вывести графики:

- периодической последовательности $x(n)$ (9.23) и модуля ее ДПФ;
- восстановленного аналогового сигнала $x(t)$ и его амплитудного спектра (идентификатор MODa);
- исходного аналогового сигнала $x_{\text{исх}}(t)$ (9.25).

Пояснить:

- связь модуля ДПФ последовательности со спектром аналогового сигнала;
- результат визуального сравнения восстановленного и исходного сигналов.

8. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности.

Вычислить значения спектральной плотности конечной последовательности $x(n)$ (9.23) длины N в $L = 2N$ точках на периоде $\hat{\omega}_d = 2\pi$ двумя способами:

- по формуле (9.15) — идентификатор xw ;
- формуле (9.18) — идентификатор xz .

Вывести графики:

- модуля ДПФ конечной последовательности $x(n)$ (см. п. 2) в шкале дискретных нормированных частот с помощью функции `stem`;
- модулей спектральной плотности, вычисленной первым и вторым способами в шкале частот $\hat{\omega}$ (идентификатор w) с помощью функции `plot`.

Пояснить:

- связь между ДПФ и спектральной плотностью;
- алгоритмы вычисления значений спектральной плотности по формулам (9.15) и (9.18);
- соответствие между частотами $\hat{\omega}$ (рад) пиков спектральной плотности и их дискретными нормированными частотами.

9. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ.

Сформировать три конечные последовательности $x(n)$ (9.23) (вектор xz) с длинами $L = N, 2N, 4N$ (вектор L), дополняя их нулями до длины L при $L > N$.

Вычислить ДПФ $\tilde{X}(k)$ (9.18) данных последовательностей (вектор xz).

Вывести графики:

- исходной последовательности и последовательностей, дополненных нулями;
- их модулей ДПФ в шкале дискретных нормированных частот (пунктиром с помощью функции `stem`) и одновременно — восстановленных спектральных плотностей (с помощью функции `plot` красным цветом).

Для сравнения графиков удобно воспользоваться кнопкой **Zoom in** на панели инструментов.

Вывести значения периодов ДПФ (вектор `L`) и соответствующих им периодов дискретизации по частоте (вектор `Delta_f`).

Пояснить:

- причину изменения периода дискретизации по частоте;
- изменяется ли при этом разрешение по частоте;
- чему равно разрешение по частоте;
- с какой целью уменьшают период дискретизации по частоте.

9.4. Типовой script-файл для выполнения лабораторной работы

Перед выполнением работы должна быть представлена табл. 9.1 исходных данных для своего номера бригады $N_{бр}$.

Для *запуска* лабораторной работы необходимо обратиться к script-файлу `lr_09` по его имени:

```
>> lr_09
```

Для *принудительного снятия* script-файла с выполнения следует нажать комбинацию клавиш `<Ctrl>+<Break>`.